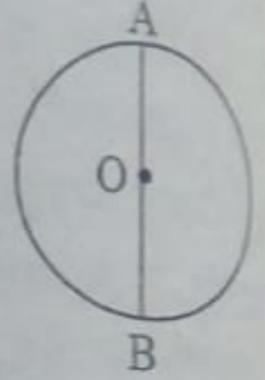


পর্ষদের পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নম্বর বিভাজন অনুযায়ী দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্নে Summative-I-এ এই অধ্যায় থেকে কোনো প্রশ্ন থাকবে না। Summative-II-এ 'গোলক' ও 'শঙ্কু' থেকে 2টি প্রশ্ন থাকবে। একটি প্রশ্নের উত্তর করতে হবে—4 নম্বর। Summative-III-তে পরিমিতি থেকে মোট 3টি প্রশ্ন থাকবে। 2টি করতে হবে—4+2 নম্বর = 8 নম্বর

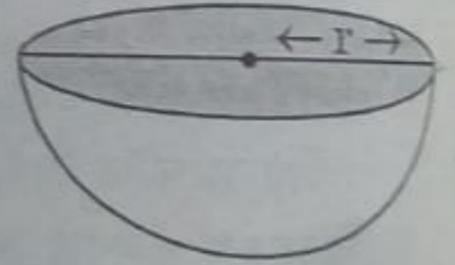
□ গোলক (Sphere) : কোন অর্ধবৃত্তের ব্যাসকে অক্ষ করে বা স্থির রেখে ঐ ব্যাসের চারদিকে অর্ধবৃত্তটিকে একবার পূর্ণ আবর্তন করলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তাকে গোলক বলে। যেমন, ফুটবল, মার্বেল, ক্রিকেট বল ইত্যাদি গোলকের দৃষ্টান্ত। বস্তুত গোলক এমন একটি ঘনবস্তু যা একটিমাত্র তল দিয়ে সীমাবদ্ধ এবং ওই ঘনবস্তুর অন্তর্গত কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে ওই তলের যে কোনো বিন্দু সমদূরবর্তী।

ঘনবস্তুর অভ্যন্তরস্থ এই নির্দিষ্ট বিন্দুই হলো গোলকের কেন্দ্র (Centre)। চিত্রে O বিন্দু গোলকের কেন্দ্র। OA কিংবা OB হল ব্যাসার্ধ এবং AB হল গোলকের অক্ষরেখা।



- মন্তব্য : (i) গোলকের একটিমাত্র বক্রতল। কোনো সমতল নেই।  
(ii) কোনো শীর্ষবিন্দু (vertex) নেই।  
(iii) কোনো ধার বা প্রান্তিকী (edge) নেই।

□ অর্ধগোলক (Hemisphere) : একটি গোলকের অর্ধেক অংশ একটি অর্ধগোলক। অর্ধগোলকের তলসংখ্যা দুটি। যদি অর্ধগোলক নিরেট হয় তবে একটি বৃত্তাকার সমতল, অন্যটি অর্ধগোলাকার বক্রতল। যদি অর্ধগোলক ফাঁপা হয় তবে বাইরে এবং ভেতরে দুটি অর্ধগোলাকার বক্রতল থাকে। অর্ধগোলকের কোনো শীর্ষবিন্দু নেই।



গাণিতিক সূত্র : গোলকের ব্যাসার্ধ r ধরলে

A. (i) বক্রতলের (বক্রপৃষ্ঠের) ক্ষেত্রফল =  $\pi$  (ব্যাস)<sup>2</sup> =  $4\pi r^2$  বর্গএকক

(ii) গোলকের আয়তন বা ঘনফল =  $\frac{4}{3}\pi r^3$  ঘনএকক।

B. নিরেট অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r একক হলে—

(i) অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বৃত্তাকার সমতলের ক্ষেত্রফল  
=  $(2\pi r^2 + \pi r^2)$  বর্গএকক =  $3\pi r^2$  বর্গএকক

(ii) অর্ধগোলকের ঘনফল =  $\frac{1}{2} \left( \frac{4}{3}\pi r^3 \right)$  ঘনএকক =  $\frac{2}{3}\pi r^3$  ঘনএকক।

C. ফাঁপা গোলক (Hollow Sphere) :

একটি ধাতু নির্মিত ফাঁপা গোলকের অন্তঃব্যাসার্ধ = r একক এবং বহিঃব্যাসার্ধ = R একক হলে গোলকের ধাতুর পাত (R - r) একক পুরু হবে।

ফাঁপা গোলকের ধাতুর আয়তন =  $\left( \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 \right)$  ঘন একক =  $\frac{4}{3}\pi (R^3 - r^3)$  ঘন একক

D. শূন্যগর্ভ অর্ধগোলকের আয়তন =  $\frac{2}{3}\pi (R^3 - r^3)$  ঘন একক [R = বহিঃব্যাসার্ধ, r = অন্তঃব্যাসার্ধ]

উত্তর : বাহিরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল =  $1018\frac{2}{7}$  বর্গসেমি।

কষে দেখি 12

1. একটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 10.5 সেমি. হলে, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

সমাধান : গোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = 10.5 সেমি.

$\therefore$  গোলকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল =  $4\pi$  (ব্যাসার্ধ)<sup>2</sup>

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (10.5)^2 \text{ বর্গসেমি.} = 1386 \text{ বর্গসেমি.}$$

উঃ। গোলকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 1386 বর্গসেমি।

2. একটি চামড়ার বল তৈরি করতে প্রতি বর্গ সেমি. 17.50 টাকা হিসাবে 431.20 টাকা লেগেছে। বলটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

সমাধান : ধরি বলটির ব্যাসার্ধ =  $r$  সেমি.

প্রশ্নানুসারে বলটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল,  $4\pi r^2 = \frac{431.20}{17.50}$

$$\text{বা, } 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = \frac{43120}{1750}$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{49}{25} \times \frac{1}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{49}{25} \quad \text{বা, } r = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$$

∴ বলটির ব্যাস =  $2r = 2 \times \frac{7}{5}$  সেমি. = 2.8 সেমি. ∴ বলটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য = 2.8 সেমি।

3. স্থূলে সটপুট খেলার জন্য যে বলটি ব্যবহার করা হয় তার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 7 সেমি. হলে, বলটিতে কত ঘন সেমি. লোহা আছে হিসাব করে লিখি।

সমাধান : বলটির ব্যাস = 7 সেমি ∴ ব্যাসার্ধ =  $\frac{7}{2}$  সেমি.

$$\begin{aligned} \therefore \text{বলটির আয়তন} &= \frac{4}{3} \pi (\text{ব্যাসার্ধ})^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3 \text{ ঘনসেমি.} = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ ঘনসেমি.} \\ &= \frac{539}{3} \text{ ঘনসেমি.} = 179 \frac{2}{3} \text{ ঘনসেমি.} \end{aligned}$$

∴ বলটিতে  $179 \frac{2}{3}$  ঘনসেমি. লোহা আছে।

4. 28 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট একটি নিরেট গোলক জলে সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত করলে যে পরিমাণ জল অপসারিত করবে তা নির্ণয় করি।

সমাধান : গোলকটির ব্যাস = 28 সেমি ∴ ব্যাসার্ধ =  $\frac{28}{2}$  সেমি = 14 সেমি.

$$\begin{aligned} \therefore \text{গোলকটির আয়তন} &= \frac{4}{3} \pi \times (\text{ব্যাসার্ধ})^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (14)^3 \text{ ঘনসেমি} = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14 \text{ ঘনসেমি} \\ &= \frac{34496}{3} \text{ ঘনসেমি} = 11498 \frac{2}{3} \text{ ঘনসেমি.} \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় অপসারিত জলের পরিমাণ  $11498 \frac{2}{3}$  ঘনসেমি.

5. কোনো গোলকাকার গ্যাস বেলুন ফোলাবার সময়ে তার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 7 সেমি. থেকে 21 সেমি. হলে বেলুনটির পূর্বের ও পরের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করি।

সমাধান : বেলুনটির পূর্বের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল =  $4\pi (\text{ব্যাসার্ধ})^2 = 4\pi \times (7)^2$  বর্গসেমি  
 $= 4\pi \times 49$  বর্গসেমি

বেলুনটির পরের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল =  $4\pi (\text{ব্যাসার্ধ})^2 = 4\pi \times (21)^2$  বর্গসেমি  
 $= 4\pi \times 441$  বর্গসেমি

∴ বেলুনটির পূর্বের ও পরের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত =  $4\pi \times 49 : 4\pi \times 441$   
 $= 49 : 441 = 1 : 9$

6. অর্ধগোলাকৃতি একটি বাটি তৈরি করতে  $127\frac{2}{7}$  বর্গ সেমি. পাত লেগেছে। বাটিটির মুখের ব্যাসের দৈর্ঘ্য

হিসাব করে লিখি।

সমাধান : ধরি, বাটিটির মুখের ব্যাসার্ধ =  $r$  সেমি.

$\therefore$  বাটিটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল =  $2\pi r^2$  বঃ সেমি.

শর্তানুসারে,  $2\pi r^2 = 127\frac{2}{7}$

বা,  $\frac{2 \times 22}{7} \times r^2 = \frac{891}{7}$

বা,  $r^2 = \frac{81 \times 7}{2 \times 22 \times 7}$

বা,  $r = \sqrt{\frac{81}{4}}$  বা,  $r = \frac{9}{2}$

$\therefore$  বাটিটির মুখের ব্যাসের দৈর্ঘ্য =  $(2 \times \frac{9}{2})$  সেমি = 9 সেমি।

7. একটি নিরেট লোহার গোলার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 2.1 সেমি.। ওই গোলাটিতে কত ঘন সেমি. লোহা আছে তা হিসাব করে লিখি এবং ওই লোহার গোলার বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।

সমাধান : নিরেট গোলকটির ব্যাসার্ধ = 2.1 সেমি.

$\therefore$  গোলকটির আয়তন =  $\frac{4}{3}\pi \times (\text{ব্যাসার্ধ})^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$  ঘনসেমি.

=  $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$  ঘনসেমি. = 38.808 ঘনসেমি।

ওই লোহার গোলার বক্রতলের ক্ষেত্রফল =  $4\pi (\text{ব্যাসার্ধ})^2 = \frac{4 \times 22}{7} \times (2.1)^2$  বঃ সেমি.

=  $\frac{4 \times 22}{7} \times 2.1 \times 2.1$  বঃ সেমি. = 55.44 বর্গসেমি.

উঃ। লোহার গোলাটিতে 38.808 ঘনসেমি. লোহা আছে এবং ওই লোহার গোলার বক্রতলের ক্ষেত্রফল 55.44 বর্গসেমি.

8. একটি নিরেট সীসার গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 14 সেমি.। এই গোলকটি গলিয়ে 3.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের কতগুলি নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে হিসাব করে লিখি।

সমাধান : বড় গোলকটির ব্যাস = 14 সেমি.

$\therefore$  ব্যাসার্ধ =  $\frac{14}{2}$  সেমি. = 7 সেমি.

$\therefore$  বড় গোলকটির আয়তন =  $\frac{4}{3}\pi \cdot (7)^3$  ঘনসেমি =  $\frac{4}{3}\pi \times 7 \times 7 \times 7$

প্রতি ছোট গোলকের আয়তন =  $\frac{4}{3}\pi \times (3.5)^3$  ঘনসেমি. =  $\frac{4}{3}\pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5$  ঘনসেমি.

$\therefore$  নির্ণেয় ছোট গোলক সংখ্যা =  $\frac{\frac{4}{3}\pi \times 7 \times 7 \times 7}{\frac{4}{3}\pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times \overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{7}{\cancel{3.5}} \times \underset{7}{\cancel{3.5}} \times \underset{7}{\cancel{3.5}}} = 8$  টি

উঃ।  $\therefore$  নির্ণেয় ছোট গোলক সংখ্যা = 8

9. 3 সেমি., 4 সেমি. ও 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের তিনটি নিরেট তামার গোলক গলিয়ে একটি নিরেট বড়ো গোলক তৈরি করা হলো। বড়ো গোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

(পঃ বঃ মঃ 1983, 1886, 1998)

সমাধান : 3 সেমি, 4 সেমি এবং 5 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকগুলির আয়তন যথাক্রমে  $\frac{4}{3}\pi(3)^3$  ঘনসেমি,  $\frac{4}{3}\pi(4)^3$

ঘনসেমি এবং  $\frac{4}{3}\pi(5)^3$  ঘনসেমি।

ধরি, উৎপন্ন বড় গোলকটির ব্যাসার্ধ = R সেমি.

$\therefore$  বড় গোলকটির আয়তন =  $\frac{4}{3}\pi R^3$  ঘনসেমি.

ধর্তনুসারে,  $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(3)^3 + \frac{4}{3}\pi(4)^3 + \frac{4}{3}\pi(5)^3$

বা,  $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\{(3)^3 + (4)^3 + (5)^3\}$

বা,  $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\{27 + 64 + 125\}$  বা,  $R^3 = 216$

বা,  $R^3 = (6)^3$  বা,  $R = 6$

$\therefore$  বড় গোলকটির ব্যাসার্ধ = 6 সেমি.

10. একটি অর্ধগোলাকৃতি গম্বুজের ভূমিতলের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 12 ডেসিমি। গম্বুজটির উপরিতল রং করতে প্রতি বর্গ মিটার 35 টাকা হিসাবে কত খরচ পড়বে তা হিসাব করে লিখি।

সমাধান : ভূমির ব্যাস = 42 ডেসিমি  $\therefore$  ব্যাসার্ধ =  $\frac{42}{2}$  ডেসিমি = 21 ডেসিমি = 2.1 মিটার।

$\therefore$  গম্বুজের উপরিতলের ক্ষেত্রফল =  $2\pi \times (\text{ব্যাসার্ধ})^2$   
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times (2.1)^2$  বর্গমিঃ

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1^{0.3} \times 2.1$  বর্গমিটার = 27.72 মিটার।

1 বর্গমিটার রং করতে খরচ হয় 35 টাকা।

$\therefore$  27.72 বর্গমিটার রং করতে খরচ হয়  $(35 \times 27.72)$  টাকা = 970.20 টাকা  
 $= 970$  টাকা 20 পয়সা।

উঃ। গম্বুজটির উপরিতল রং করতে খরচ হয় 970 টাকা 20 পয়সা।

11. একই ধাতুর পাত থেকে তৈরি দুটি ফাঁপা গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 21 সেমি. এবং 17.5 সেমি। গোলকদুটি তৈরি করতে যে পরিমাণ ধাতুর পাত লেগেছে তার অনুপাত নির্ণয় করি।

সমাধান : প্রথম গোলকের ব্যাসার্ধ =  $\frac{21}{2}$  সেমি. = 10.5 সেমি.

$\therefore$  প্রথম গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল =  $4\pi(10.5)^2$  বর্গসেমি।

দ্বিতীয় গোলকের ব্যাসার্ধ =  $\left(\frac{17.5}{2}\right)$  সেমি = 8.75 সেমি.

$$\begin{aligned} \therefore \text{দ্বিতীয় গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল} &= 4\pi(8.75)^2 \text{ বর্গসেমি।} \\ \therefore \text{গোলক দুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত} &= 4\pi(10.5)^2 : 4\pi(8.75)^2 \\ &= 10.5 \times 10.5 : 8.75 \times 8.75 \\ &= \frac{105}{10} \times \frac{105}{10} : \frac{875}{100} \times \frac{875}{100} \\ &= 105 \times 105 : \frac{875 \times 875}{100} \\ &= 3 \times 105 : \frac{875}{4} = 3 \times 3 : \frac{25}{4} = 36 : 25 \end{aligned}$$

উঃ। গোলক দুটি তৈরী করতে যে পরিমান ধাতু লেগেছে তার অনুপাত 36 : 25

12. একটি ধাতব গোলকের উপরিতল এমনভাবে কেটে নেওয়া হলো যে নতুন গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল আগের গোলকের ঠিক অর্ধেক হয়। কেটে নেওয়া অংশের আয়তনের সঙ্গে অবশিষ্ট গোলকের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করি।

সমাধান : ধরি, নিরেট ধাতব গোলকটির ব্যাসার্ধ = r একক

$$\therefore \text{উহার বক্রতলের ক্ষেত্রফল} = 4\pi r^2 \text{ বর্গ একক এবং উহার আয়তন} = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ ঘন একক।}$$

$$\begin{aligned} \text{উপরিতল কেটে নেওয়ার ফলে নতুন গোলকে অর্থাৎ অবশিষ্ট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল} &= \frac{4\pi r^2}{2} \text{ বর্গ একক} \\ &= 2\pi r^2 \text{ বর্গ একক।} \end{aligned}$$

ধরি, অবশিষ্ট গোলকের ব্যাসার্ধ = x একক

$$\therefore \text{উহার বক্রতলের ক্ষেত্রফল} = 4\pi x^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore 4\pi x^2 = 2\pi r^2 \text{ বা, } x^2 = \frac{2\pi r^2}{4\pi} = \frac{r^2}{2} \therefore x = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{অবশিষ্ট গোলকের ব্যাসার্ধ} = \frac{r}{\sqrt{2}} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{অবশিষ্ট গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right)^3 \text{ ঘন একক} = \frac{4}{3}\pi \frac{r^3}{2\sqrt{2}} \text{ ঘন একক}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{কেটে নেওয়া অংশের আয়তন} &= \left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi \frac{r^3}{2\sqrt{2}}\right) \text{ ঘন একক} \\ &= \frac{4}{3}\pi r^3 \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \text{ ঘন একক} = \frac{4}{3}\pi r^3 \left(\frac{2\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}\right) \text{ ঘন একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{কেটে নেওয়া অংশের আয়তন : অবশিষ্ট গোলকের আয়তন} &= \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{(2\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}} : \frac{4}{3}\pi \frac{r^3}{2\sqrt{2}} \\ &= (2\sqrt{2}-1) : 1 \end{aligned}$$

উত্তর : কেটে নেওয়া অংশের আয়তনের সঙ্গে অবশিষ্ট গোলকের আয়তনের অনুপাত =  $(2\sqrt{2}-1) : 1$

13. 14 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ভূগোলকের অক্ষটির বক্রতলে 0.7 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুটি বৃত্তাকার ছিদ্র করা হয়েছে। ভূগোলকটির গোলাকার অংশের ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।  
সমাধান : ভূগোলকটির ব্যাসার্ধ = 14 সেমি.

$$\therefore \text{উহার বক্রতলের ক্ষেত্রফল} = 4\pi (\text{ব্যাসার্ধ})^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times (14)^2 \text{ বর্গসেমি}$$

$$\therefore \text{প্রতি বৃত্তাকার ছিদ্রের ব্যাসার্ধ} = 0.7 \text{ সেমি}$$

$$\therefore \text{প্রতি বৃত্তাকার ছিদ্রের ক্ষেত্রফল} = \pi (0.7)^2 \text{ বর্গসেমি}$$

$$\therefore \text{দুটি বৃত্তাকার ছিদ্রের ক্ষেত্রফল} = 2\pi (0.7)^2 \text{ বর্গসেমি} = 2 \times \frac{22}{7} \times (0.7)^2 \text{ বর্গসেমি।}$$

$$\text{ভূগোলকটির গোলাকার অংশের ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল} = \left\{ 4 \times \frac{22}{7} \times (14)^2 - 2 \times \frac{22}{7} \times (0.7)^2 \right\} \text{ বর্গসেমি}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \left\{ 2 \times (14)^2 - (0.7)^2 \right\} \text{ বর্গসেমি.}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \{ 2 \times 196 - 0.49 \} \text{ বর্গসেমি.}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \{ 392 - 0.49 \} \text{ বর্গসেমি}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 391.51 \text{ বর্গসেমি}$$

$$= 2460.92 \text{ বর্গসেমি।}$$

উত্তর : ভূগোলকটির গোলাকার অংশের ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল 2460.92 বর্গসেমি।

14. 8 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি নিরেট লোহার গোলককে গলিয়ে 1 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের কয়টি নিরেট গুলি তৈরি করা যাবে হিসাব করে লিখি।

সমাধান : নিরেট লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ = 8 সেমি.

$$\therefore \text{উহার আয়তন} = \frac{4}{3} \pi (\text{ব্যাসার্ধ})^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi (8)^3 \text{ ঘনসেমি.} = \frac{4}{3} \pi \cdot 512 \text{ ঘনসেমি.}$$

$$\text{প্রতি গুলির ব্যাসার্ধ} = 1 \text{ সেমি}$$

$$\therefore \text{প্রতি গুলির আয়তন} = \frac{4}{3} \pi (1)^3 \text{ ঘনসেমি} = \frac{4}{3} \pi \text{ ঘনসেমি.}$$

$$\therefore \text{গুলির সংখ্যা} = \frac{\text{গোলকের আয়তন}}{\text{একটি গুলির আয়তন}}$$

$$= \frac{\frac{4}{3} \pi \times 512}{\frac{4}{3} \pi} \text{ টি} = 512 \text{ টি}$$

উত্তর : 512টি গুলি পাওয়া যাবে।

সমাধান : ধরি, অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ =  $r$  একক।

$$\therefore \text{অর্ধগোলকের আয়তন} = \frac{2}{3} \pi r^3 \text{ ঘনএকক}$$

$$\text{সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল} = 3\pi r^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \frac{2}{3} \pi r^3 = 3\pi r^2 \text{ বা, } \frac{2}{3} r = 3 \text{ বা, } r = \frac{9}{2} = 4.5$$

উত্তর : ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = 4.5 একক।

(ii) একটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল একটি নিরেট লম্ববৃত্তাকার চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান। চোঙটির উচ্চতা এবং ব্যাসের দৈর্ঘ্য উভয়েই 12 সেমি। গোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।

সমাধান : ধরি, গোলকটির ব্যাসার্ধ =  $r$  সেমি.  $\therefore$  বক্রতলের ক্ষেত্রফল =  $4\pi r^2$  বর্গএকক

$$\text{চোঙটির উচ্চতা 12 সেমি., ব্যাসার্ধ} = \frac{12}{2} \text{ সেমি} = 6 \text{ সেমি.}$$

$$\therefore \text{চোঙটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল} = 2\pi \times 6 \times 12 \text{ বর্গসেমি.}$$

$$\therefore 4\pi r^2 = 2\pi \times 6 \times 12 \text{ বা, } r^2 = \frac{2\pi \times 6 \times 12}{4\pi} \text{ বা, } r = \sqrt{6 \times 6} = 6$$

উত্তর : গোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = 6 সেমি।

(iii) একটি নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং একটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল সমান। অর্ধগোলক এবং গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত তা লিখি।

সমাধান : ধরি, অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ =  $r$  একক এবং নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ =  $R$  একক

$$\therefore \text{নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} = 3\pi r^2 \text{ বর্গএকক}$$

$$\text{এবং নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল} = 4\pi R^2 \text{ বর্গএকক}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } 3\pi r^2 = 4\pi R^2 \text{ বা, } \frac{r^2}{R^2} = \frac{4}{3} \text{ বা, } \frac{r}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ বা, } r : R = 2 : \sqrt{3}$$

উত্তর : অর্ধগোলক ও গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত =  $2 : \sqrt{3}$

(iv) একটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল =  $S$  এবং আয়তন =  $V$  হলে,  $\frac{S^3}{V^2}$ -এর মান কত তা লিখি। ( $\pi$ -এর মান না বসিয়ে)

সমাধান : ধরি, নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ =  $r$  একক

$$\therefore \text{গোলকের, বক্রতলের ক্ষেত্রফল (S)} = 4\pi r^2 \text{ বর্গএকক}$$

$$\text{আয়তন (V)} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক}$$

$$\therefore \frac{S^3}{V^2} = \frac{(4\pi r^2)^3}{\left(\frac{4}{3} \pi r^3\right)^2} = \frac{64\pi^3 r^6}{\frac{16}{9} \pi^2 r^6} = \frac{64 \pi^3 r^6 \times 9}{16 \pi^2 r^6} = 36\pi$$

উত্তর :  $\frac{S^3}{V^2} = 36\pi$

(v) একটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 50% বৃদ্ধি করলে বক্রতলের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পায় তা

সমাধান : ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ =  $r$  একক;  $\therefore$  বক্রতলের ক্ষেত্রফল =  $4\pi r^2$  বর্গএকক

$$\text{বর্ধিত গোলকের ব্যাসার্ধ} = r \times \frac{150}{100} \text{ একক} = \frac{3r}{2} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{বর্ধিত গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল} = 4\pi \left(\frac{3r}{2}\right)^2 \text{ বর্গএকক} = 4\pi \cdot \frac{9r^2}{4} \text{ বর্গএকক}$$

$$= 9\pi r^2 \text{ বর্গএকক}$$

$$\therefore 4\pi r^2 \text{ বর্গএককে বৃদ্ধি হয় } (9\pi r^2 - 4\pi r^2) \text{ বর্গএকক} = 5\pi r^2 \text{ বর্গএকক}$$

$$\therefore 1 \text{ বর্গএককে বৃদ্ধি হয় } \frac{5\pi r^2}{4\pi r^2} \text{ বর্গএকক}$$

$$\therefore 100 \text{ বর্গ এককে বৃদ্ধি হয় } \frac{5\pi r^2 \times 100}{4\pi r^2} \text{ বর্গএকক} = 125 \text{ বর্গএকক}$$

উত্তর : গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 125% বৃদ্ধি পায়।

### অতিরিক্ত প্রশ্ন

1. একটি নিরেট সীসার গোলকের ব্যাস 14 সেমি। এই গোলকটি গলিয়ে 3.5 সেমি. ব্যাসার্ধের কতগুলি গোলক তৈরি করা যাবে?

[পঃ বঃ মাঃ 1994, ত্রিপুরা মাঃ 1994]  
[উঃ 8টি]

2. 1 সেমি., 6 সেমি. ও 8 সেমি. ব্যাসার্ধের তিনটি নিরেট গোলককে গলিয়ে একটি বড় নিরেট গোলক তৈরি করা হল। বড় গোলকটির ব্যাসার্ধ এবং তার তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

[পঃ বঃ মাঃ 2001]

[উঃ 9 সেমি.,  $1018\frac{2}{7}$  বর্গসেমি.]

3. 12 সেমি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি সীসার গোলক গলিয়ে তিনটি ছোট ছোট গোলক তৈরি করা হলো। যদি ছোট গোলকগুলির ব্যাসের অনুপাত 3 : 4 : 5 হয়, তবে ছোট গোলকগুলির প্রত্যেকটির ব্যাসার্ধ কত?

[পঃ বঃ মাঃ 1988]

[উঃ 3 সেমি., 4 সেমি., 5 সেমি.]

4. 4 সেমি. ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 5 সেমি. বহি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ও সমভাবে পুরু

একটি ফাঁপা গোলক প্রস্তুত করা হলো। দ্বিতীয় গোলকটি কত পুরু?

[প্রদত্ত আছে  $\sqrt[3]{61} = 3.94$ ]

[উঃ 1.06 সেমি.]

5. দুটি নিরেট স্বর্ণ গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে  $r_1$  ও  $r_2$ ; উহাদের গলিয়ে একটি নিরেট গোলক প্রস্তুত করা হলো। প্রমাণ করো যে উহার ব্যাসার্ধ

$$\left(r_1^3 + r_2^3\right)^{\frac{1}{3}} \text{ এর সমান।}$$

6. দুটি গোলকের ব্যাসার্ধের যোগফল 10 সেমি.; গোলক দুটির ঘনফলের যোগফল 880 ঘনসেমি. হলে উহাদের ব্যাসার্ধের গুণফল নির্ণয় কর।

[উঃ  $26\frac{1}{3}$  বর্গসেমি.]

7. একটি গোলকের পৃষ্ঠতল যত বর্গএকক, তার ঘনফল তার দ্বিগুণ, গোলকটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর এবং গোলকের আয়তন কত?

[ত্রিপুরা বোর্ড 1993]

[উঃ  $\frac{6336}{7}$  ঘন একক]